



Groupe d'Incitation et de Recherche pour une Ouverture et une Libération des Langages de l'Être

PSYCHOLOGIE PHILOSOPHIE SPIRITUALITE

GROUPE P.P.S

BULLETIN N°336

*Ne crois rien parce qu'on t'aura montré le témoignage écrit de quelque Sage ancien,
Ne crois rien sur l'autorité des Maîtres ou des Prêtres.*

*Mais ce qui s'accordera avec ton expérience et après une étude approfondie satisfera ta raison et tendra vers ton bien cela tu pourras l'accepter
comme vrai et y conformer ta vie.*

SIDDHARTA GAUTAMA (BOUDDHA)

Séance du 10/10/2009

Les réactivités sur le chemin initiatique

Le disciple ne doit pas se décourager lorsqu'il est confronté à la persistance de ses réactivités après des années de cheminement spirituel. Inversement, il peut parfois croire avoir supprimé toute réactivité émotionnelle et subir soudain un "coup de manivelle" démontrant qu'il était dans l'illusion.

Pour s'élever au-dessus du plan astral, il est nécessaire de traverser toutes les strates émotionnelles dont l'épaisseur et la densité ne peuvent être percées qu'après de longs efforts nécessitant parfois plusieurs vies. La phase suivante, qui est la maîtrise du plan mental, est particulièrement difficile, même si elle s'acquiert plus rapidement que celle du plan astral.

Entre la première et la deuxième initiation, les réactions qui nous désolent sont entretenues par des émotions liées à des idées qui nous sont chères. Ainsi, par exemple, si nous sommes attachés au respect de l'ordre, nous réagirons face aux attitudes laxistes des autres. Mais, par la constance de l'effort, un jour vient où ces situations ne font plus conflit en nous. De même que le Comte de Monte Christo creuse patiemment l'épaisseur du mur de sa prison et, après un ultime effort, voit enfin la lumière du jour, le disciple doit donc rester confiant en sa libération.

Lorsque la strate émotionnelle est maîtrisée, il devient possible de prendre des dispositions sereines et rationnelles vis-à-vis des autres en instaurant une juste relation. Celle-ci ne se réfère pas à des principes moraux ; elle est l'expression d'une liberté dans l'amour. On peut par exemple renvoyer sans ressentiment de l'indifférence à une personne qui se comporte elle-même ainsi envers les autres pour l'aider à prendre conscience des effets négatifs de son attitude.

La démarche spirituelle ne consiste pas seulement à apprendre des concepts ou des secrets mais à rechercher l'élévation par la tension qui mène à la sagesse. Ne craignons pas d'être éprouvés dans la relation à l'autre, car c'est ainsi que nous apprenons progressivement à positionner les êtres avec souplesse, avec la vision du cœur et non d'un point de vue sentimental. Que nous ayons raison ou pas face à l'autre importe peu. Seule compte notre capacité à accomplir notre devoir et à rester dans l'équilibre et dans l'amour, quels que soient les événements et les attitudes de l'autre. Ce dernier doit être perçu comme un être qui apprend et qui vit des processus énergétiques au bout desquels la transformation est toujours possible. L'attitude du disciple dans le conflit s'apparente à la pratique de l'aïkido. Il ne cherche pas à provoquer des séparations en alimentant le conflit ; il reste calme et laisse l'autre effectuer des mouvements sous l'effet de ses propres énergies.

Le père, l'enfant et la relation à l'autre

Le petit enfant est naturellement fusionnel avec sa mère qui le nourrit. Le père doit très tôt l'inviter à prendre en compte l'existence d'autres personnes autour de lui et à ne pas centrer son regard sur sa mère. Cet apprentissage précoce dépasse la simple politesse. Il permet l'ouverture d'une conscience au monde qui l'entoure et évite de privilégier l'aspect instinctif de la relation. Symboliquement, c'est au père que revient le rôle de couper le cordon ombilical avec la mère. S'il ne le fait pas et a fortiori s'il joue lui aussi un rôle protecteur, l'enfant devenu un jeune adulte aura du mal à se confronter à la réalité de la vie.

Comprendre les mathématiques

La science des mathématiques s'est constituée au cours des siècles, les nouveaux mathématiciens ajoutant leurs découvertes à celles de leurs prédécesseurs qui leur ont servi de bases. L'histoire des sciences montre qu'il faut beaucoup de temps pour arriver à une évidence. Il est parfois nécessaire de réfléchir pendant plusieurs siècles sur les

raisonnements d'un mathématicien pour comprendre le chemin qu'il a indiqué. Le même phénomène se produit lorsque nous sommes guidés dans la démonstration d'un raisonnement mathématique. Nous pouvons avoir le sentiment de comprendre chaque étape du raisonnement sans avoir une vision de synthèse ni savoir où il va aboutir. Nous nous trouvons alors dans la position du passager qui se laisse guider par le conducteur de la voiture et qui, n'étant pas actif, ne mémorise pas le trajet. Ce processus ne doit pas nous décourager et nous inciter à la paresse car, si les efforts requis à la compréhension ne sont pas maintenus fermement, les associations mentales ne se font pas bien. Considérons les mathématiques comme mobilisatrices de l'intelligence et maintenons avec confiance l'effort dans la tension nécessaire à la compréhension.

Mathématiques et compréhension des lois

Les mathématiques permettent de découvrir des lois applicables à tous les domaines de l'existence. La logique rigoureuse des mathématiques nous fait aussi comprendre l'impossibilité d'agir en dépit des lois de la psychologie et de l'être.

Il existe par exemple une loi selon laquelle les sentiments négatifs entraînent une mauvaise santé. En effet tant que la partie émotionnelle refuse d'appliquer les lois et veut vivre ses désirs, il en résulte nécessairement tôt ou tard un déséquilibre générateur de souffrances. Mais lorsque cette loi est comprise avec autant de limpidité qu'un théorème de mathématiques, une sagesse remarquable est acquise. Le sage connaît les lois et peut avertir celui qui ne les voit pas. Mais si l'intéressé doute, comme il pourrait le faire devant une démonstration mathématique, et prétend agir seul à sa guise, il se condamne à la douloureuse répétition qui accompagne la quête insatiable de la satisfaction des désirs.

Le but de l'initiation est de découvrir des lois supérieures, au-dessus de celles que nous connaissons. Les mathématiques nous y mènent et ne nécessitent qu'un papier et un crayon. La démonstration effectuée ci-dessous est récente (moins de trente ans) et s'appuie sur un théorème plus ancien : le Théorème des tiroirs, découvert il y a un siècle. Lorsque nous contemplons la répartition des chiffres dans le tableau réalisé, nous appréhendons les notions d'Ordre et de Beauté.

La logique mathématique s'applique également à la philosophie et permet de vérifier des raisonnements qui peuvent s'avérer faux. Ainsi le marxisme était voué à l'échec car le philosophe avait oublié un paramètre : l'égoïsme de l'être humain. A l'inverse, le capitalisme laisse faire l'individu mais aboutit à ce que, faute de réglementation, les riches s'enrichissent alors que les pauvres s'appauvrissent. Si les gouvernants deviennent complices des "gros" et agissent avec cynisme, le système court le risque de devenir comme "un gros camion qu'on ne peut plus arrêter". Or, l'évolution collective obéit aux mêmes lois que l'évolution individuelle : elle suit une courbe selon laquelle aux phases de résistance succèdent des pics paroxystiques. Ainsi s'expliquent les grandes réactions de masse comme les révolutions, lorsque la "coupe est pleine" et que l'émotion collective est à son comble. Notre société sera-t-elle comme la grenouille de la fable qui meurt bouillie dans une bouteille dans laquelle on a versé progressivement de l'eau de plus en plus chaude ? Si on avait versé dans la bouteille de l'eau très chaude d'un seul coup, l'animal aurait réagi et se serait sauvé...

Congruence de la somme d'un carré et de l'unité pour les nombres premiers de la forme $4n+1$

Lors de la dernière séance, nous avons démontré que $\left[\left(\frac{p-1}{2}\right)!\right]^2 + 1 \equiv 0 \pmod p$ avec p premier de la forme $4n+1$.

Autrement dit, pour tout nombre premier p de la forme $4n+1$, il existe un entier naturel x qui élevé au carré, plus un congrue 0 modulo p . En langage mathématique, nous pourrions écrire :

$$\forall p \text{ premier de la forme } 4n + 1, \exists x \in \mathbb{N} \text{ tel que } x^2 + 1 \equiv 0 \pmod p \quad (1)$$

Un seul nombre S inférieur à $\frac{p-1}{2}$ vérifie la relation (1).

Exemple : pour $p = 13$, il y a un seul nombre $S = 5$ compris entre 1 et $\frac{13-1}{2} = 6$ qui réalise l'équation $x^2 + 1 \equiv 0 \pmod{13}$ c'est-à-dire $5^2 + 1 = 26 \equiv 0 \pmod{13}$.

Démonstration

Soit S un nombre vérifiant la relation $x^2 + 1 \equiv 0 \pmod p : S^2 + 1 \equiv 0 \pmod p$.

Soit s le plus petit nombre compris entre 0 et p vérifiant la relation (1).

$$0 < s < p$$

Alors $S - s = kp$ (s est le reste de la division de S par p)

Exemple : pour $p = 13$

$$x^2 + 1 \equiv 0 \pmod{13} \text{ peut s'écrire aussi } \left[\left(\frac{13-1}{2}\right)!\right]^2 + 1 \equiv 0 \pmod{13} \text{ soit } (6!)^2 + 1 \equiv 0 \pmod{13}$$

$$\text{D'où } 720^2 + 1 = 518400 + 1 = 518401 = 39877 \times 13 \equiv 0 \pmod{13}.$$

Pour $p = 13$ nous avons donc un $S = 720$ vérifiant l'équation (1).

Peut-on trouver un plus petit chiffre $s=720-13k$ vérifiant la relation (1) ?

$$(720 - 13k)^2 + 1 \equiv 0 \pmod{13}$$

$$\text{Soit } [720^2 - 2 \times 720 \times 13k + 13^2k^2] + 1 \equiv 0 \pmod{13}$$

$$720^2 - 13(1440k + 13k^2) + 1 \equiv 0 \pmod{13}$$

Or $13(1440k + 13k^2) \equiv 0 \pmod{13}$

D'où il en sort $720^2 + 1 \equiv 0 \pmod{13}$ qui a déjà été vérifiée plus haut.

Il existe donc un plus petit nombre inférieur à 13 qui vérifie cette relation.

Ce nombre s inférieur à 13 est 5 car $720 \equiv 5 \pmod{13}$.

5 est donc le plus petit nombre qui vérifie $S^2 + 1 \equiv 0 \pmod{13}$: $5^2 + 1 = 25 + 1 = 26 = 2 \times 13 \equiv 0 \pmod{13}$

Mais si 5 vérifie la relation, -5 aussi : en effet $5^2 = (-5)^2$

$5 \equiv -8 \pmod{13}$ donc -8 et 8 vérifient la relation : $(-8)^2 + 1 = 64 + 1 = 65 = 5 \times 13 \equiv 0 \pmod{13}$

$(8)^2 + 1 = 64 + 1 = 65 = 5 \times 13 \equiv 0 \pmod{13}$

On peut donc en tirer deux équations générales pour $p = 13$:

$$(5 + 13k)^2 + 1 \equiv 0 \pmod{13}$$

$$(8 + 13k)^2 + 1 \equiv 0 \pmod{13}$$

De ces deux relations, on obtient à loisir toutes les autres solutions. En prenant $k=1$, on a :

$$(5 + 13)^2 + 1 = 18^2 + 1 = 325 = 25 \times 13 \equiv 0 \pmod{13}$$

$$(8 + 13)^2 + 1 = 21^2 + 1 = 442 = 34 \times 13 \equiv 0 \pmod{13}$$

Les deux solutions $S_1 = 5$ et $S_2 = 8$ inférieures à 13 ont leur somme égale à 13. Ainsi S_1 sera toujours inférieur à

$$\left(\frac{13-1}{2}\right).$$

Nous avons donc 2 solutions S_1 et S_2 inférieures à p (ici 13) vérifiant $S^2 + 1 \equiv 0 \pmod{p}$.

Tout nombre premier de la forme $4n+1$ est somme de deux carrés

Pour tout nombre premier p de la forme $4n+1$, existe-t-il un couple d'entiers x et y tel que $x^2 + y^2 = p$?

Par exemple pour $p = 13$: $\exists (x, y) \in \mathbb{Z}^2$ tel que $x^2 + y^2 = 13$?

On vient de démontrer que $S^2 + 1 \equiv 0 \pmod{p}$ (p premier de la forme $4n+1$), qui peut s'écrire encore sous la forme $S^2 + 1^2 \equiv 0 \pmod{p}$.

Si $x^2 + y^2 = p$ alors $x^2 + y^2 \equiv 0 \pmod{p}$.

$$\Leftrightarrow x^2 \equiv -y^2 \pmod{p} \Leftrightarrow x^2 \equiv y^2 \times -1 \pmod{p}$$

Or $S^2 \equiv -1 \pmod{p}$. On peut donc remplacer ci-dessus -1 par S^2 :

$$x^2 \equiv S^2 \times y^2 \pmod{p}$$

$$\text{Soit } x \equiv \sqrt{S^2 \times y^2} \pmod{p} \Leftrightarrow x \equiv Sy \pmod{p} \Leftrightarrow x - Sy \equiv 0 \pmod{p}$$

Si ce couple d'entiers (x, y) existe, ils sont inférieurs à \sqrt{p} . En effet :

Si $x^2 + y^2 = p$ alors $x^2 < p$ et donc $x < \sqrt{p}$. Même raisonnement pour y .

Pour illustrer, reprenons le cas $p = 13$ qui est de la forme $4n+1$ ($4 \times 3 + 1$) :

Si il existe un couple d'entiers (x, y) tel que $x^2 + y^2 = 13$, alors $x < \sqrt{13}$ et $y < \sqrt{13}$ soit $x \leq 3$ et $y \leq 3$.

Pour $p = 13$, nous avons $5^2 + 1 \equiv 0 \pmod{13}$ soit $S = 5$.

Donc si ce couple (x, y) existe, il vérifie la relation $x - 5y \equiv 0 \pmod{13}$.

Construisons une table de vérité à partir de l'expression $x - 5y$ pour des valeurs de x et de y allant de 0 à 3 :

		y			
		0	1	2	3
x	0	0	8	3	11
	1	1	9	4	12
	2	2	10	5	0
	3	3	11	6	1

On a donc une table de 16 cases. Tous les calculs sont établis modulo 13 donc il ne peut y avoir que 13 résultats différents ou 13 nombres de 0 à 12. Selon le principe des tiroirs, il y a donc nécessairement des nombres qui sont répétés au moins deux fois.

Dans cette table, tous les nombres de 0 à 12 ne sont pas représentés, car il aurait fallu s'intéresser à une plus grande table de 0 à 12 pour x et y pour les voir tous apparaître. Par contre, selon le principe des tiroirs, on peut observer qu'il y a deux 0, deux 1, deux 3 et deux 11.

Parmi ces 16 cases, après le premier 0, résultat obtenu pour $x = 0$ et $y = 0$, et qui ne nous intéresse pas, il y a *nécessairement* un deuxième 0 qui vérifie la relation $x - 5y \equiv 0 \pmod{13}$.

D'après le principe des tiroirs, nous savons qu'il existe au moins deux nombres identiques dans le tableau. Nous avons donc deux couples (x', y') et (x'', y'') qui donnent le même résultat modulo 13 :

$$x' - 5y' \equiv x'' - 5y'' \pmod{13}$$

$$\text{Soit : } x' - x'' \equiv 5y' - 5y'' \pmod{13} \Leftrightarrow x' - x'' \equiv 5(y' - y'') \pmod{13}$$

Quelques soient x', x'', y' et y'' pris entre 0 et 3 compris, $x' - x''$ et $(y' - y'')$ sont deux entiers x et y compris eux aussi entre 0 et 3 :

$$x' - x'' = x \text{ et } y' - y'' = y$$

Il existe donc un couple (x, y) dans la table de vérité qui vérifie $x - 5y \equiv 0 \pmod{13}$.

Pour $p = 13$, on peut illustrer ce petit raisonnement en prenant des valeurs numériques pour les deux couples (x', y') et (x'', y'') qui donnent comme résultat un nombre qui se répète deux fois : par exemple 11.

$$\begin{cases} (x', y') = (0; 3) \\ (x'', y'') = (3; 1) \end{cases} \Leftrightarrow 0 - 5 \times 3 = 3 - 5 \times 1 = 11$$

Le nouveau couple $(x' - x'', y' - y'') = (x, y)$ est : $(0 - 3; 3 - 1) = (-3; 2)$. Ce couple non présent dans la table de vérité peut toujours se ramener à un autre couple présent dans la table.

$$\begin{aligned} -3 - 5 \times 2 &\equiv 0 \pmod{13} \Leftrightarrow -3 \equiv 5 \times 2 \pmod{13} \Leftrightarrow -3 + 5 \times 1 \equiv 5 \times 2 + 5 \times 1 \pmod{13} \\ &\Leftrightarrow 2 \equiv 5 \times 3 \pmod{13} \end{aligned}$$

Le nouveau couple $(2; 3)$ correspond bien au 0 que nous cherchons : $2 - 5 \times 3 = -13 \equiv 0 \pmod{13}$.

Ce couple est donc aussi le couple-solution pour l'équation $x^2 + y^2 \equiv 0 \pmod{13}$.

Nous pouvons vérifier que $3^2 + 2^2 = 13$.

Plus largement, quelque soit le nombre premier p de la forme $4n+1$, on pourra toujours trouver d'après le principe des tiroirs, un couple (x, y) vérifiant la relation $x - Sy \equiv 0 \pmod{p}$.

Par ailleurs, il a été précisé plus haut que $x < \sqrt{p}$ et $y < \sqrt{p}$ donc $x^2 < p$ et $y^2 < p$.

Donc $x^2 + y^2 < 2p \pmod{p}$.

Ainsi la seule solution possible pour le couple (x, y) est :

$$x^2 + y^2 = p.$$

Nous venons donc de démontrer que pour tout nombre premier p de la forme $4n+1$, il existe un couple d'entiers x et y tel que $x^2 + y^2 = p$.

Si vous désirez :

- ◆ être informé sur les activités de GIROLLE
- ◆ devenir membre de notre association

Vous pouvez nous contacter à :

GIROLLE
8 Cassagne
33240 Salignac
France

- Tel : 05 57 43 16 02
- Adresse web : <http://www.girolle.org>
- E-mail : info@girolle.org